

Curso de Experto Universitario en
Probabilidad y Estadística en Medicina

www.ia.uned.es/cursos/prob-estad

Introducción a la teoría de la decisión

F. J. Díez Vegas

Dpto. Inteligencia Artificial. UNED

fjdiez@dia.uned.es

www.ia.uned.es/~fjdiez

Planteamiento del problema

◆ Ejemplo

- $P(\text{mononucleosis}) = 85\%$
- $P(\text{enfermedad de Hodgkin}) = 7\%$

◆ Posibilidades

- Tratar sólo la mononucleosis
- Tratar también la enfermedad de Hodgkin
- Realizar nuevas pruebas

◆ Pretendemos mostrar que

- el objetivo último de la medicina no es el diagnóstico, sino la actuación terapéutica
- se trata, por tanto, de tomar las decisiones adecuadas.

Origen histórico: teoría de juegos

◆ Ejemplo

- A y B entran en el siguiente juego:
- lanzan dos monedas (no trucadas)
- si salen dos caras, B paga 10 euros a A
- si no salen dos caras, A paga 5 euros a B.

◆ Opciones

- Quiero jugar siendo A
- Quiero jugar siendo B
- No quiero jugar

◆ Análisis (100 jugadas)

- En 25 jugadas salen dos caras: A gana 10 euros cada vez.
- En 75 jugadas no salen dos caras: A pierde 5 euros cada vez.
- En 100 casos, A gana $25 \times 10 - 75 \times 5 = -125$ euros
- Es decir, en promedio A pierde 1'25 euros por jugada.

Valor esperado

◆ En general

$$E[X] = \sum_x x \cdot P(x)$$

◆ En nuestro ejemplo

- La variable X representa la ganancia (para A)
- Por tanto, X puede tomar dos valores:
 - $x_1 = 10$ euros $P(x_1) = 0'25$
 - $x_2 = -5$ euros $P(x_2) = 0'75$
- $E[X] = 10 \text{ euros} \times 0'25 + (-5 \text{ euros}) \times 0'75$
 $= (2'50 - 3'75) \text{ euros} = -1'25 \text{ euros}$

Teoría de la utilidad

- ◆ Distinción: valor (objetivo) y utilidad (subjetiva)
- ◆ Ejemplo: dos sorteos

$$X = \begin{cases} x_1 = \text{Ferrari} & P(x_1) = 0'01 \\ x_2 = \text{S. Ibiza} & P(x_2) = 0'50 \end{cases}$$

$$Y = \begin{cases} y_1 = \text{Ferrari} & P(y_1) = 0'05 \\ y_2 = \text{S. Ibiza} & P(y_2) = 0'10 \end{cases}$$

- ◆ Valores esperados

$$\begin{aligned} \text{► } E[X] &= 250.000 \text{ euros} \times 0'01 + 10.000 \text{ euros} \times 0'50 \\ &= 7.500 \text{ euros} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{► } E[Y] &= 250.000 \text{ euros} \times 0'05 + 10.000 \text{ euros} \times 0'10 \\ &= 13.500 \text{ euros} \end{aligned}$$

- ◆ Dos personas: Luis y Andrés

$$\begin{cases} u_L(\text{Ferrari}) & = 100.000 \\ u_L(\text{S. Ibiza}) & = 7.500 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_A(\text{Ferrari}) & = 25.000 \\ u_A(\text{S. Ibiza}) & = 7.000 \end{cases}$$

- ◆ Definición de utilidad esperada

$$U(X) = \sum_x u(x) \cdot P(x)$$

- ◆ Utilidades

$$\begin{cases} U_L(X) & = 100.000 \cdot 0'01 + 7.500 \cdot 0'50 & = 4.750 \text{ euros} \\ U_L(Y) & = 100.000 \cdot 0'05 + 7.500 \cdot 0'10 & = 5.750 \text{ euros} \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_A(X) & = 25.000 \cdot 0'01 + 7.000 \cdot 0'50 & = 3.750 \text{ euros} \\ U_A(Y) & = 25.000 \cdot 0'05 + 7.000 \cdot 0'10 & = 1.950 \text{ euros} \end{cases}$$