

Curso de Experto Universitario en
Probabilidad y Estadística en Medicina

www.ia.uned.es/cursos/prob-estad

Ejemplos de redes bayesianas

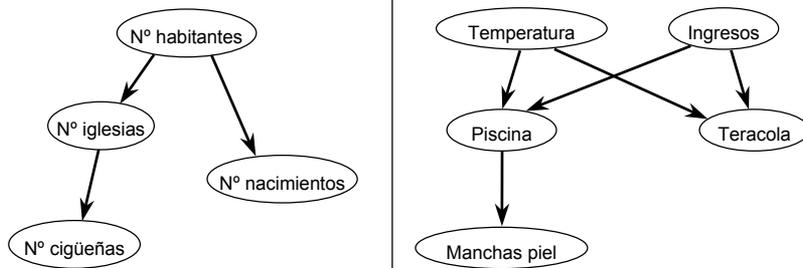
F. J. Díez Vegas

Dpto. Inteligencia Artificial. UNED

fjdiez@dia.uned.es

www.ia.uned.es/~fjdiez

Ejemplos de redes bayesianas



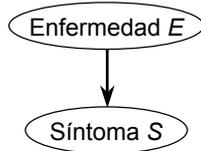
(incompletas, porque sólo se muestran los grafos)

Ejemplo de red bayesiana: teorema de Bayes para dos variables

◆ Dos variables

- ENFERMEDAD (E): presente (+ e), ausente ($-e$)
- SÍNTOMA (S): presente (+ s), ausente ($-s$)

◆ Grafo dirigido acíclico



◆ Prob. condicionadas

$$P(+e) = 0'002$$

$$P(+s|+e) = 0'93$$

$$P(+s|-e) = 0'01$$

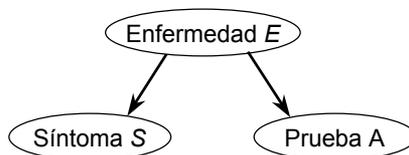
◆ Probabilidad conjunta: $P(e, s) = P(e) \cdot P(s|e)$

Ejemplo de red bayesiana: método bayesiano clásico

◆ Tres variables

- ENFERMEDAD (E): presente (+ e), ausente ($-e$)
- SÍNTOMA (S): presente (+ s), ausente ($-s$)
- PRUEBA ANALÍTICA (A): positivo (+ a), negativo ($-a$)

◆ Grafo dirigido acíclico



Ejemplo (cont.)

◆ Probabilidades condicionadas

$$P(+e) = 0'002$$

$$P(+s|+e) = 0'93$$

$$P(+a|+e) = 0'995$$

$$P(+s|-e) = 0'01$$

$$P(+a|-e) = 0'003$$

◆ Probabilidad conjunta

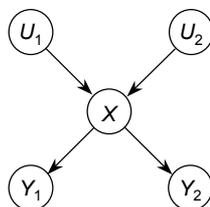
$$P(e, s, a) = P(e) \cdot P(s|e) \cdot P(a|e)$$

Ejemplo: paludismo

◆ Cinco variables

- PALUDISMO (X): presente ($+x$), ausente ($-x$)
- ZONA DE ORIGEN (U_1): alto riesgo (u_1^+), medio riesgo (u_1^0), bajo riesgo (u_1^-)
- TIPO SANGUÍNEO (U_2): mayor inmunidad (u_2^+), menor inmunidad (u_2^-)
- GOTA GRUESA (Y_1): positivo ($+y_1$), negativo ($-y_1$)
- FIEBRE (Y_2): presente ($+y_2$), ausente ($-y_2$)

◆ Grafo dirigido acíclico



Ejemplo (cont.)

- ◆ Probabilidades condicionadas:

$$\begin{cases} P(u_1^+) = 0'10 \\ P(u_1^0) = 0'10 \\ P(u_1^-) = 0'80 \end{cases} \quad \begin{cases} P(u_2^+) = 0'60 \\ P(u_2^-) = 0'40 \end{cases}$$

$P(+x u_1, u_2)$	u_1^+	u_1^0	u_1^-
u_2^+	0'015	0'003	0'0003
u_2^-	0'022	0'012	0'0008

$$\begin{cases} P(+y_1|+x) = 0'992 \\ P(+y_1|-x) = 0'006 \end{cases} \quad \begin{cases} P(+y_2|+x) = 0'98 \\ P(+y_2|-x) = 0'017 \end{cases}$$

- ◆ Probabilidad conjunta:

$$P(u_1, u_2, x, y_1, y_2) = P(u_1) \cdot P(u_2) \cdot P(x|u_1, u_2) \cdot P(y_1|x) \cdot P(y_2|x)$$

Cálculo de la probabilidad: método de fuerza bruta

- ◆ Probabilidad conjunta

$$P(u_1, u_2, x, y_1, y_2) = P(u_1) \cdot P(u_2) \cdot P(x|u_1, u_2) \cdot P(y_1|x) \cdot P(y_2|x)$$

- ◆ Ejemplo: calcular $P(+x|u_1^0, u_2^-, \neg y_1, +y_2)$

$$\begin{aligned} P(u_1^0, u_2^-, +x, \neg y_1, +y_2) &= \\ &= P(u_1^0) \cdot P(u_2^-) \cdot P(+x|u_1^0, u_2^-) \cdot P(\neg y_1|+x) \cdot P(+y_2|+x) \\ &= 0'10 \cdot 0'40 \cdot 0'12 \cdot 0'008 \cdot 0'98 = 0'0000376 \end{aligned}$$

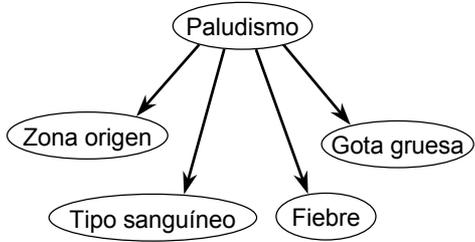


$$\begin{aligned} P(u_1^0, u_2^-, -x, \neg y_1, +y_2) &= \\ &= P(u_1^0) \cdot P(u_2^-) \cdot P(-x|u_1^0, u_2^-) \cdot P(\neg y_1|-x) \cdot P(+y_2|-x) \\ &= 0'10 \cdot 0'40 \cdot 0'88 \cdot 0'994 \cdot 0'017 = 0'0005948 \end{aligned}$$

$$P(u_1^0, u_2^-, \neg y_1, +y_2) = 0'0000376 + 0'0005948 = 0'0006324$$

$$P(+x|u_1^0, u_2^-, \neg y_1, +y_2) = \frac{P(u_1^0, u_2^-, +x, \neg y_1, +y_2)}{P(u_1^0, u_2^-, \neg y_1, +y_2)} = \frac{0'0000376}{0'0006324} = 0'056$$

Método bayesiano clásico



Red bayesiana

